

2014 Autumn Semester, course for graduate student

Lecture notes: Physics of Laser-Plasma Interaction

VI. Parametric instabilities in underdense plasma

(次临界密度等离子体中的参量不稳定性)

Bin Qiao

School of Physics

Peking University, Beijing, P. R. China

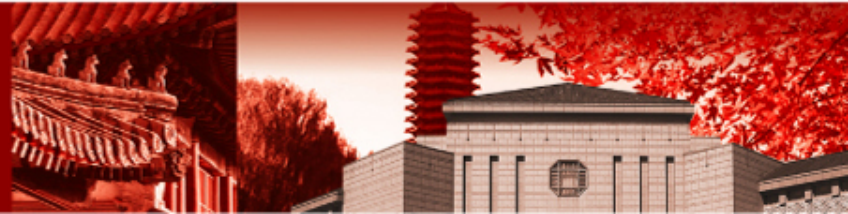
Email: bqiao@pku.edu.cn

Office: Room 544 (South), Physics Building

Tel: 62745005



北京大学



Coupling between laser and the plasma oscillators

表-1 激光等离子体中的主要相互作用过程

不稳定过程	能量守恒	发生区域	后果
共振吸收	$\omega_0 = \omega_{epw}$	$\sim n_{cr}$	超热电子
受激 Brillouin 散射	$\omega_0 = \omega_s + \omega_{isw}$	$< n_{cr}$	减少激光能量沉积
受激 Raman 散射	$\omega_0 = \omega_s + \omega_{epw}$	$\leq n_{cr} / 4$	超热电子, 减少激光能量沉积
双等离子体衰变	$\omega_0 = \omega_{epw} + \omega_{epw}$	$\sim n_{cr} / 4$	超热电子
离子声衰变	$\omega_0 = \omega_{isw} + \omega_{epw}$	$\sim n_{cr}$	超热电子

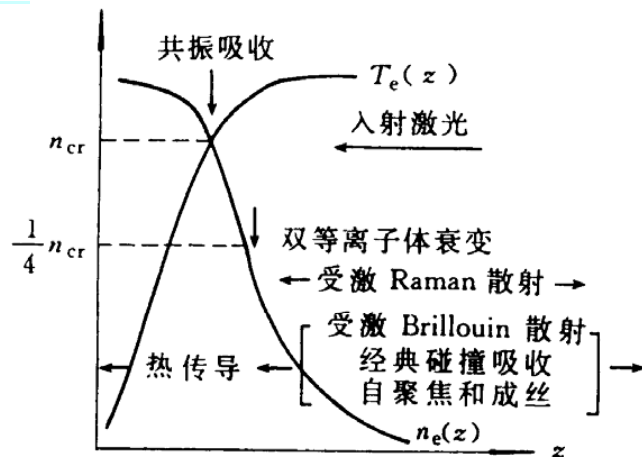


图 2.3 激光等离子体主要耦合过程发生的温度密度区

为了实现高增益靶丸内爆，必须最大限度地限制超热电子的产生。

$$\begin{aligned} \omega_l &= \omega_1 + \omega_2 \\ k_l &= k_1 + k_2 \end{aligned} \quad \text{Manley-Rowe 关系式}$$

激光强度: 10^{14} - 10^{16} W/cm²

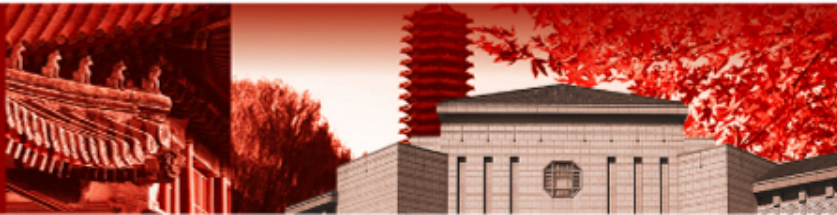
$$\omega_{ek}^2 = \omega_{pe}^2 + 3k_{ek}^2 v_e^2$$

$$\omega_0^2 = \omega_{pe}^2 + k_0^2 c^2$$

$$\omega_{is}^2 = k_{is}^2 C_s^2$$



北京大学



Outline

VI. 1 受激Raman散射

(Stimulated Raman Scattering)

VI. 2 双等离子体衰变

(Two Plasma Decay)

VI. 3 受激Brillouin散射

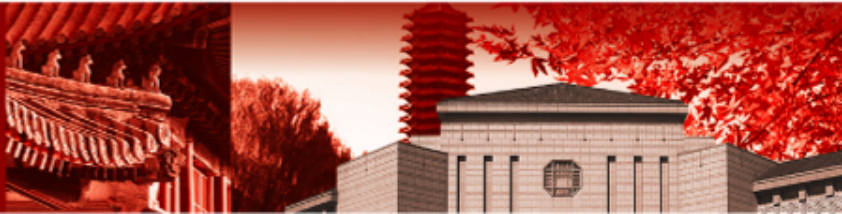
(Stimulated Brillouin Scattering)

VI. 4 激光的自聚焦与成丝不稳定性

(Self-focusing and filamentation instability)



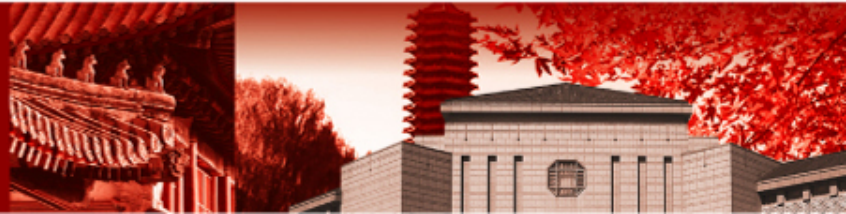
北京大学



VI.3 受激Brillouin散射 (Stimulated Brillouin Scattering)



北京大学



(1) 什么是受激Brillouin散射?

$$\omega_0 = \omega_s + \omega_{is}, \vec{k}_0 = \vec{k}_s + \vec{k}_{is}$$

因为离子声波频率 $\omega_{is} \ll \omega_0$ ，显然SBS可以在 $n < n_{cr}$ 的整个次临界密度区发生，而且差不多全部能量可以转移给散射光波。因此这个不稳定性对激光聚变应用是有重大影响的，它既可能减少激光吸收，也可能改变吸收的位置。

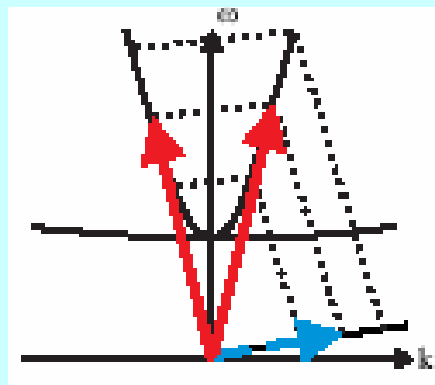
三波耦合:

大振幅光波

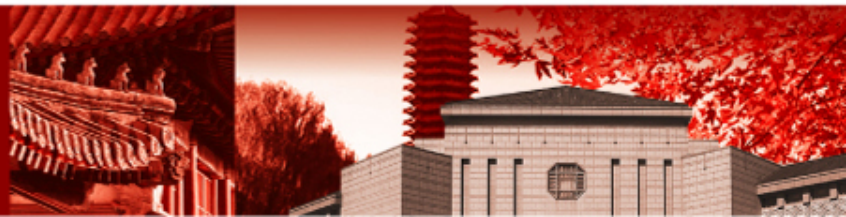
散射光波

离子声波

SBS不稳定性的物理与受激Raman不稳定性类似，不同的是现在提供给散射光波耦合的密度涨落是和低频离子声波相联系的。



北京大学



(2) 受激Brillouin散射的耦合方程

大振幅光波和电子密度耦合产生散射光波

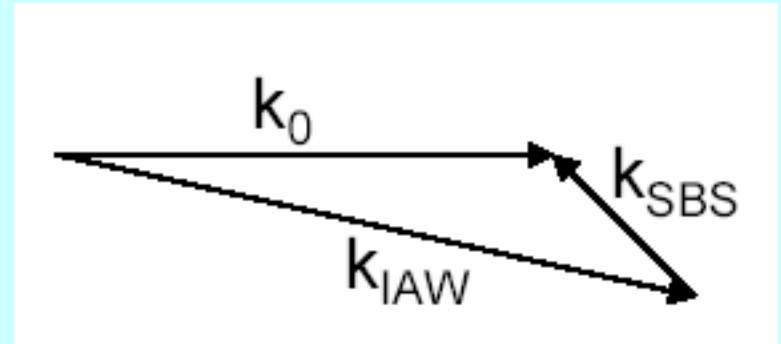
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + \omega_{pe}^2\right) \vec{A}' = -\frac{4\pi e^2}{m_e} n_e' \vec{A}_L + v_s \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t},$$

对于**SBS**不稳定性，密度涨落是和离子声波相联系的低频率涨落。必须考虑离子运动。把电子看作热流体，并把流体速度分为纵向分量和横向分量

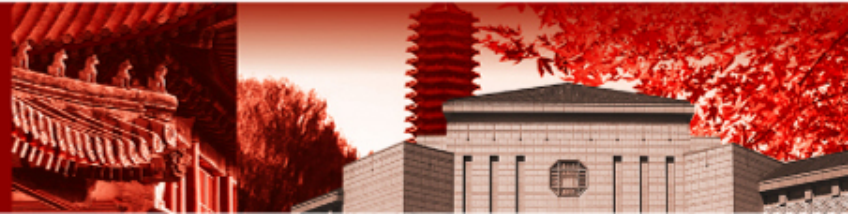
$$\vec{u}_e = \vec{u}_l + \frac{e\vec{A}}{m_e c}$$

纵向分量满足

$$\frac{\partial \vec{u}_L}{\partial t} = \frac{e}{m_e} \nabla \Phi - \frac{1}{2} \nabla \left(\vec{u}_L + \frac{e\vec{A}}{m_e c} \right)^2 - \frac{\nabla P_e}{m_e n_e}.$$



北京大学



(2) 受激Brillouin散射的耦合方程

考虑低频涨落，可忽略电子惯性 $\frac{\partial \vec{u}_L}{\partial t} \rightarrow 0$ ，并利用等温状态方程 $P_e = n_e T_e$

$$n_e = n_0 + n_e',$$

$$\vec{A} = \vec{A}_L + \vec{A}',$$

$$\Phi = \Phi'$$

对运动方程线性化可得

$$\frac{e}{m_e} \nabla \Phi' = \frac{e^2}{m_e^2 c^2} \nabla (\vec{A}_L \cdot \vec{A}') + \frac{v_e^2}{n_0} \nabla n_e'$$

为了处理离子响应，把离子描述为密度为 n_i ，速度为 \vec{u}_i 的带电流体，连续性方程和运动方程是

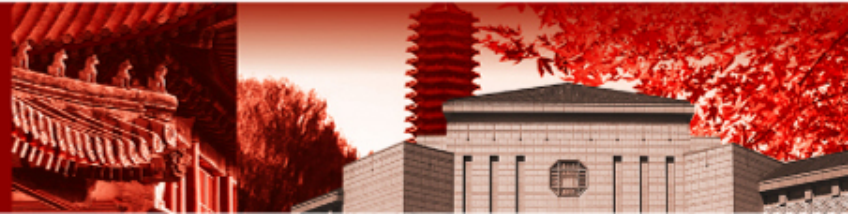
$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \vec{u}_i) = 0.$$

$$\frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + \vec{u}_i \cdot \nabla \vec{u}_i = -\frac{Ze}{m_i} \nabla \Phi.$$

忽略了离子压力



北京大学



(2) 受激Brillouin散射的耦合方程

$$\begin{aligned}n_i &= n_{0i} + n_i', \\ \vec{u}_i &= \vec{u}_i', \\ \Phi &= \Phi'\end{aligned}$$

对连续性方程和运动方程线性化可得

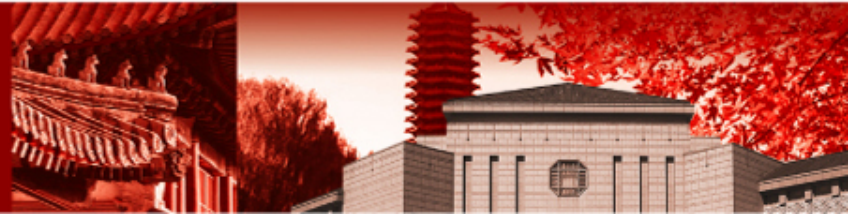
$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow & \quad \frac{\partial n_i'}{\partial t} + n_{0i} \nabla \cdot \vec{u}_i' = 0. \\ \nabla \cdot \rightarrow & \quad \frac{\partial \vec{u}_i'}{\partial t} + \frac{Ze}{m_i} \nabla \Phi' = 0.\end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial^2 n_i'}{\partial t^2} - \frac{n_{0i} Ze}{m_i} \nabla^2 \Phi' = 0$$

注意到 $Zn_{0i} = n_0, Zn_i' \approx n_e'$, 把 Φ' 表示代入 $\frac{e}{m_e} \nabla \Phi' = \frac{e^2}{m_e^2 c^2} \nabla(\vec{A}_L \cdot \vec{A}') + \frac{v_e^2}{n_0} \nabla n_e'$

$$\frac{\partial^2 n_e'}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 n_e' = \frac{n_0 Ze^2}{m_e m_i c^2} \nabla^2 (\vec{A}_L \cdot \vec{A}')$$

$$C_s = \sqrt{\frac{ZT_e}{m_i}} \quad \text{离子声速}$$

该方程描述了入射光和散射光相互作用激发离子声波。



(3) 受激Brillouin散射的色散关系

$$\frac{\partial^2 n_e'}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 n_e' = \frac{n_0 Z e^2}{m_e m_i c^2} \nabla^2 (\vec{A}_L \cdot \vec{A}')$$

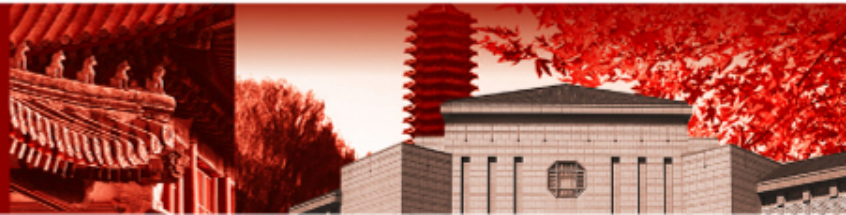
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + \omega_{pe}^2 \right) \vec{A}' = - \frac{4\pi e^2}{m_e} n_e' \vec{A}_L$$

$$\vec{A}_L = \vec{A}_L \cos(\vec{k}_0 \cdot \vec{x} - \omega_0 t) = \frac{\vec{A}_L}{2} [\exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{x} - i\omega_0 t) + \exp(-i\vec{k}_0 \cdot \vec{x} + i\omega_0 t)],$$

$$(\omega^2 - k^2 C_s^2) n_e'(\vec{k}, \omega) = \frac{Z n_0 e^2}{m_e m_i c^2} \frac{k^2 \vec{A}_L}{2} \cdot [\vec{A}'(\vec{k} - \vec{k}_0, \omega - \omega_0) + \vec{A}'(\vec{k} + \vec{k}_0, \omega + \omega_0)]$$

$$D(k, \omega) \vec{A}'(\vec{k}, \omega) = \frac{4\pi e^2}{m_e} \frac{\vec{A}_L}{2} [n_e'(\vec{k} - \vec{k}_0, \omega - \omega_0) + n_e'(\vec{k} + \vec{k}_0, \omega + \omega_0)]$$

$$D(\omega, k) = \omega^2 - k^2 c^2 - \omega_{pe}^2$$



(3) 受激Brillouin散射的色散关系

消去 $A'(k-k_0, \omega-\omega_0)$ 和 $A'(k+k_0, \omega+\omega_0)$ 。如果选 ω 为低频 ($\omega \ll \omega_0$)，并略去低频项 $n_e(k+2k_0, \omega+2\omega_0)$ 和 $n_e(k-2k_0, \omega-2\omega_0)$ ，就可以得到色散关系

$$\omega^2 - k^2 C_s^2 = \frac{k^2 v_{os}^2}{4} \omega_{pi}^2 \left[\frac{1}{D(k-k_0, \omega-\omega_0)} + \frac{1}{D(k+k_0, \omega+\omega_0)} \right].$$

$$\omega_{pi} = \omega_{pe} \sqrt{\frac{Z m_e}{m_i}}$$

$$v_{os} = \frac{e A_L}{m_e c}$$

$$D(\omega, k) = \omega^2 - k^2 c^2 - \omega_{pe}^2$$

由色散关系可以得到受激Brillouin散射的增长率。

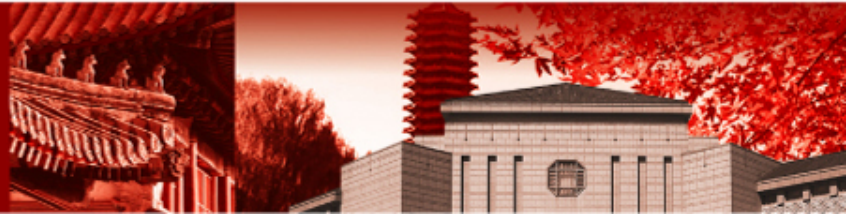
$$\omega^2 - \omega_{ek}^2 = \frac{\omega_{pe}^2 k^2 v_{os}^2}{4} \left[\frac{1}{D(k-k_0, \omega-\omega_0)} + \frac{1}{D(k+k_0, \omega+\omega_0)} \right].$$

SRS色散关系

$$D(k, \omega) = \omega^2 - c^2 k^2 - \omega_{pe}^2.$$



北京大学



(3) 受激Brillouin散射的色散关系

对于后向和侧向散射， $\mathbf{k} \sim \mathbf{k}_0$ ，所以只有下移光波需要保留

$$(\omega^2 - k^2 C_s^2)(\omega^2 - 2\omega\omega_0 + 2\vec{k}_0 \cdot \vec{k} c^2 - k^2 c^2) = \frac{k^2 v_{os}^2}{4} \omega_{pi}^2.$$

讨论：

(1) 弱场极限

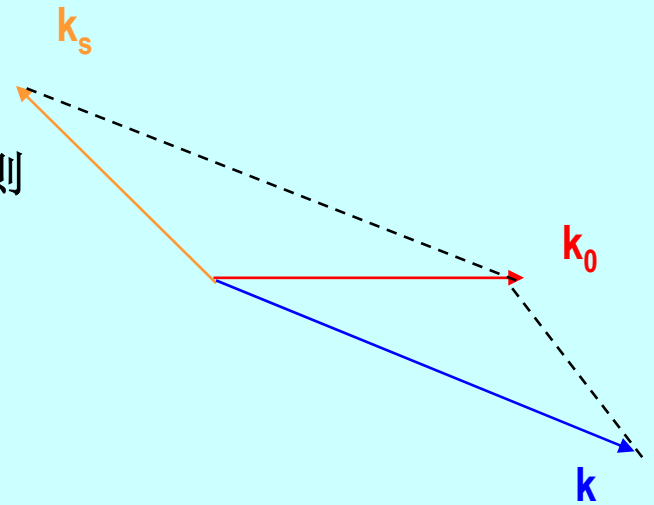
$$\omega = kC_s + i\gamma, \gamma \ll kC_s$$

$$2ikC_s\gamma(-2i\omega_0\gamma - 2\omega_0kC_s + 2k_0kc^2 - k^2c^2) = \frac{k^2 v_{os}^2}{4} \omega_{pi}^2.$$

显然对于散射光波也是共振模时极大增长率出现，则

$$k = 2k_0 - \frac{2\omega_0}{c} \frac{C_s}{c},$$

$$\gamma = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{k_0 v_{os} \omega_{pi}}{\sqrt{\omega_0 k_0 C_s}}.$$



北京大学

$$\omega_0 = \omega_s + \omega_{is}, \vec{k}_0 = \vec{k}_s + \vec{k}_{is}$$

(3) 受激Brillouin散射的色散关系

(2) 强场极限下, $\omega \gg kc_s$

$$(\omega^2 - k^2 C_s^2)(\omega^2 - 2\omega\omega_0 + 2\vec{k}_0 \cdot \vec{k}c^2 - k^2 c^2) = \frac{k^2 v_{os}^2}{4} \omega_{pi}^2. \text{ 变成}\omega\text{的三次方程,}$$

$$\text{取 } k = 2k_0 - \frac{2\omega_0}{c} \frac{C_s}{c},$$

$$\omega \approx \left(\frac{k^2 v_{os}^2}{2} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_0} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

在强场极限下, 静电波的频率由光波的振幅确定。这种静电波有时称为准模, 因为它不是未驱动等离子体的正常模。



$$\omega_0 = \omega_s + \omega_{is}, \vec{k}_0 = \vec{k}_s + \vec{k}_{is}$$

(4) 受激Brillouin散射的阈值

不稳定性的阻尼引入了发生不稳定性的阈值强度。

不稳定性的两个波的纯增长要求

$$\gamma \geq \sqrt{\gamma_s \gamma_e}.$$

γ : 没有阻尼时的增长率,

γ_s : 散射光波的振幅阻尼率,

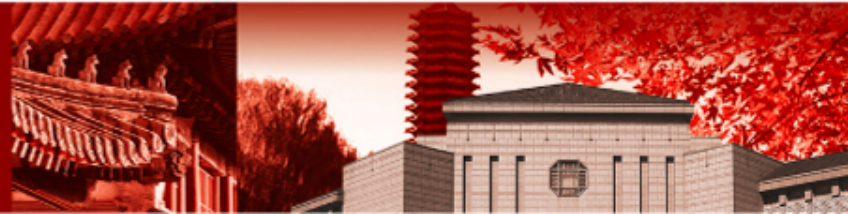
γ_e : 离子声波的振幅阻尼率。

这里考虑后向Brillouin散射, 假设光波的碰撞阻尼

$$\gamma_s \approx \frac{\nu_{ei} \omega_{pe}^2}{2\omega_0^2}, \nu_{ei}: \text{电子-离子碰撞频率}$$



北京大学



(4) 受激Brillouin散射的阈值

将弱场极限下得到的最大增长率代入，有

$$\gamma = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{k_0 v_{os} \omega_{pi}}{\sqrt{\omega_0 k_0 C_s}}.$$

$$\left(\frac{v_{os}}{v_e}\right)^2 \geq 4 \frac{v_{ei}}{\omega_0} \frac{\gamma_i}{k_0 C_s}.$$

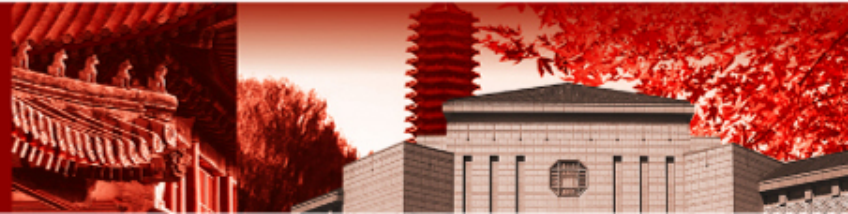
离子波的阻尼通常由Landau阻尼确定，注意 $\gamma_i \ll k_0 C_s$ ，所以由于阻尼引起的阈值通常是很低的，即

$$\left(\frac{v_{os}}{v_e}\right)^2 \ll 1.$$

实际上，阈值强度通常由等离子体密度梯度和膨胀速度确定，而不是由阻尼确定。



北京大学



(4) 受激Brillouin散射的阈值

等离子体的空间非均匀使得三波共振相互作用的区域受到限制。



均匀等离子体的共振区

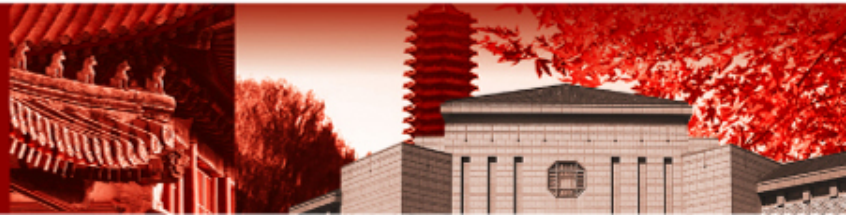


非均匀等离子体的共振区

图 4.1 共振示意图



北京大学



(4) 受激Brillouin散射的阈值

实际上，阈值强度通常由等离子体密度梯度确定，而不是由阻尼确定。

非均匀等离子体，定义 $k = k_1(z) - k_2(z) - k_s(\eta)$

在 $k=0$ 的某一点，三波发生耦合，但是离开该点，失配就发生。当相位漂移发展到一定尺度时，共振耦合被破坏。

利用条件 $\int_0^{l_{INT}} k dz \approx \frac{1}{2}$ 可用来估计相互作用区域的大小。

对于匹配点 $k = k(0) + k'z$ 作Taylor展开给出 $l_{INT} \sim \frac{1}{\sqrt{k'}}$

波的能量传出这个相互作用区引入一个近似的有效阻尼率

这里 v_{gi} 是沿着密度梯度方向，第 i 个波的群速度分量。

将这些阻尼率代入阈值条件 $\gamma_0 \geq \sqrt{\gamma_s \gamma_i}$ 可以给出

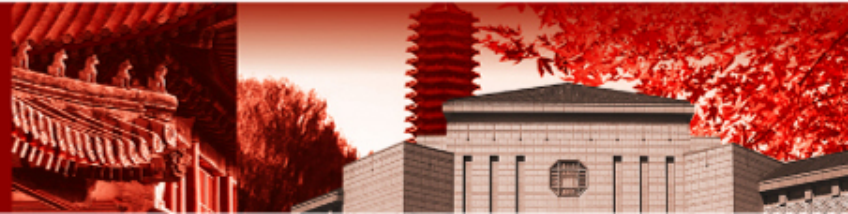
Rosenbluth criterion

$$\frac{\gamma^2}{|k' v_{g1} v_{g2}|} \geq 1.$$

$$\frac{v_{gi}}{l_{INT}}$$



北京大学



(4) 受激Brillouin散射的阈值

为了说明非均匀效应，Rosenbluth判据

$$\frac{\gamma^2}{|k'v_{g1}v_{g2}|} \approx 1. \quad k': \text{波数失配的梯度。}$$

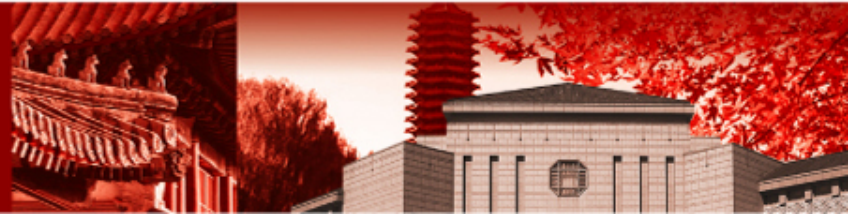
考虑标长为 $L = n / (\frac{\partial n}{\partial x})$ 的线性密度梯度的等离子体的后向Brillouin散射，对于

$$\omega_{pe} \ll \omega_0 \quad \longrightarrow \quad k' = -\frac{\partial(k_0 - k_s - k)}{\partial x} \cong 2 \frac{\partial k_0}{\partial x} \approx \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0 c L}$$

$$\left(\frac{v_{os}}{v_e} \right)^2 \geq \frac{8}{k_0 L}.$$

$$\frac{\partial k_0}{\partial \omega_{pe}} \approx \frac{\omega_{pe}}{\omega_0 c}$$

$$\frac{\partial \omega_{pe}}{\partial n_e} \approx \frac{\omega_{pe}}{2n_e}$$



(4) 双等离子体衰变的阈值 – 后向SBS的一个例子

在膨胀等离子体中

$$\omega = k(C_s + v_{\text{exp}})$$

$$k' = -\frac{\partial k}{\partial x} = -\frac{\partial k}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial v_{\text{exp}}} \frac{\partial v_{\text{exp}}}{\partial x} \cong \frac{k C_s L_v^{-1}}{C_s + v_{\text{exp}}},$$

$$L_v = \frac{C_s}{\left(\frac{\partial v_{\text{exp}}}{\partial x}\right)} \quad \text{速度梯度标长}$$

$$\frac{\gamma^2}{|k' v_{g1} v_{g2}|} \approx 1.$$



$$\left(\frac{v_{os}}{v_e}\right)^2 \geq \frac{16}{k_0 L_v} \frac{n_{cr}}{n}.$$

注意到

$$L = \frac{L_v \omega_{pe}^2}{2\omega_0^2}$$

两式一致。

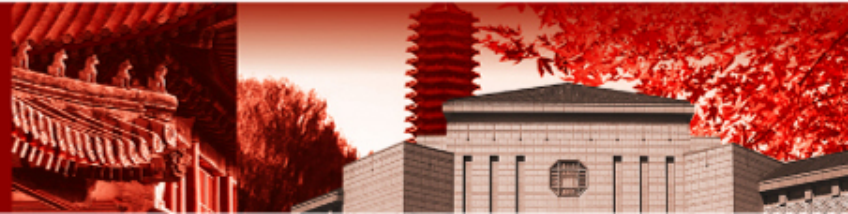
举例:

$$n = 5n_{cr}, T_e = 2keV, L_v = 10^3 \lambda,$$

那么0.35 μm 激光的梯度阈值约为 10^{14} W/cm^2 .



北京大学



(5) SRS与SBS的相互耦合和竞争

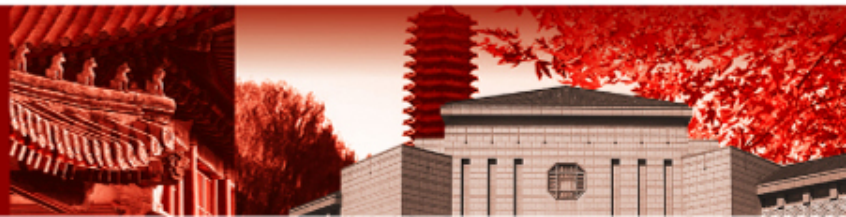
离子声波不仅和SBS有关，而且在SRS过程中也起着重要作用。SRS发生在 $n_e < n_c/4$ 的区域，在这一区域SBS也可以发生，结果，通过离子声波这两个散射过程能发生相互影响和竞争。例如，在某一等离子体条件下SBS具有较大的线性增长率，SBS先激发了离子声波，SRS产生的Langmuir波会受到离子声波的散射而改变了波长，从而使SRS Langmuir波产生了有效耗散而抑制SRS。

SRS的实验中还发现了一种‘gap’现象：SRS 主要发生在密度低的地方，靠近 $n_c/4$ 处反而很小。碰撞阻尼和Landau阻尼使得SRS散射线性增长率下降，SRS只能发生在电子温度和电子密度平面的一个有限区域。

$0.2n_c < n_e < 0.25n_c$ 范围内不存在受激 Raman 散射



北京大学



谢谢!



北京大學