

2014 Autumn Semester, course for graduate student

Lecture notes: Physics of Laser-Plasma Interaction

IV. Collisional (Inverse Bremsstrahlung) absorption of Laser (electromagnetic) waves in plasma

Bin Qiao

School of Physics

Peking University, Beijing, P. R. China

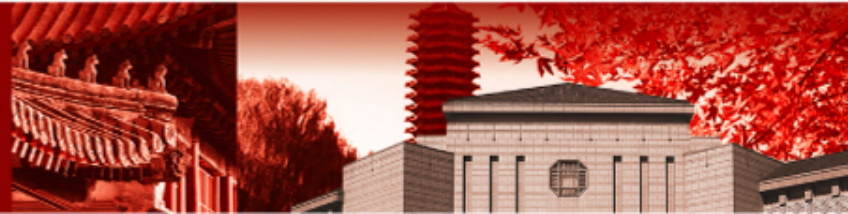
Email: bqiao@pku.edu.cn

Office: Room 544 (South), Physics Building

Tel: 62745005



北京大学



Outline

IV.1 Collisional damping of laser waves in plasmas
(光波的碰撞阻尼)

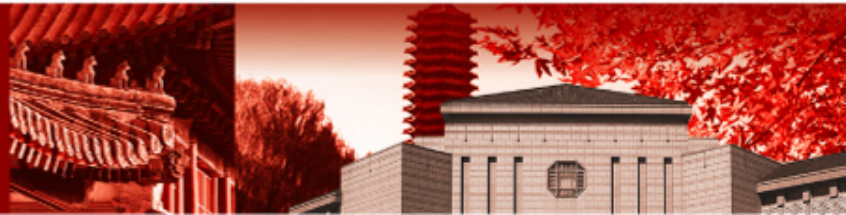
IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident
on a nonuniform plasma
(垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

IV.3. Collisional damping of a laser wave oblique incident on
a nonuniform plasma
(斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption
(非线性逆韧致吸收)



北京大学



What is Inverse Bremsstrahlung absorption?

Bremsstrahlung (轫致辐射)：轫致辐射是电子穿过物质时电子发射的电磁辐射。带电粒子受到加速时发出的辐射，在此情形中，原子核的电场提供加速电子的力。 **Radiation of electrons when passing by a nucleus.**

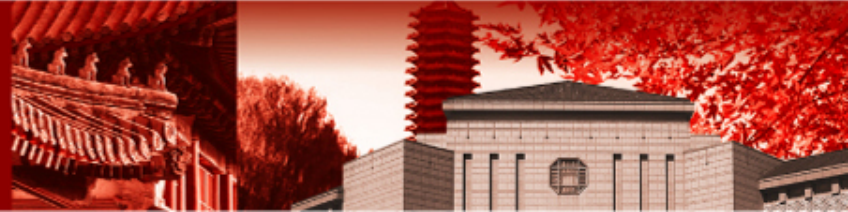
Electric field: $\vec{E} = \vec{E}(\vec{x}) \exp(-i\omega t)$

Quiver velocity: $\vec{v}_e = -ie\vec{E} / m\omega$

Inverse bremsstrahlung (逆轫致吸收): 在激光场中振荡（称为 **quiver 振荡**）的电子通过碰撞将从激光场得到的规则运动的动能变为等离子体的无规则热能，这种损失就是逆轫致吸收。
Absorption of laser energy by electrons when the quiver energy is converted to random thermal velocity.



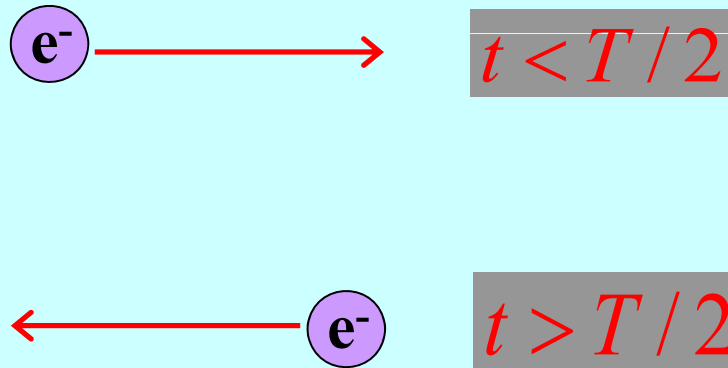
北京大学



What is Inverse Bremsstrahlung absorption?

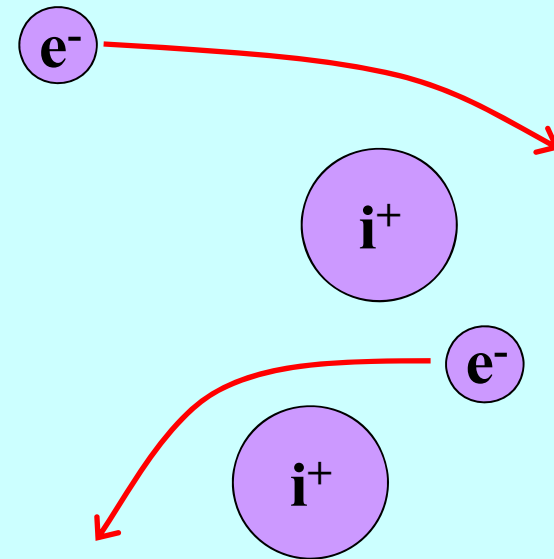
- IB absorption is also called **collisional absorption**, motion of electron in a laser field: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(2\pi t / T)$

No collisions



Acceleration and deceleration are symmetric. **Gain no energy.**

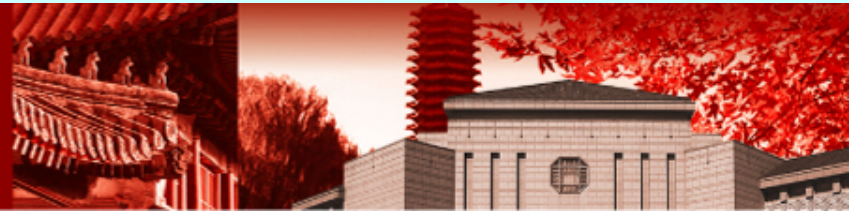
Electron-ion collisions



Acceleration and deceleration are nonsymmetric. **Gain energy.**



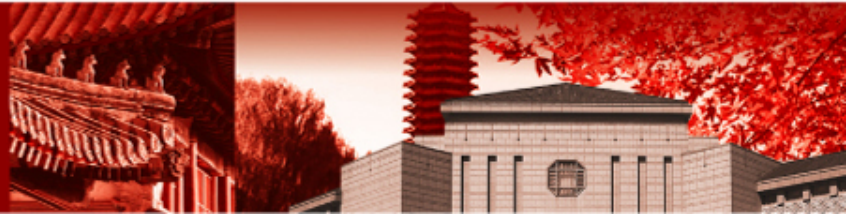
北京大学



IV.1 Collisional damping of laser waves in plasmas (光波的碰撞阻尼)



北京大學



IV.1 Collisional damping of laser waves in plasmas (光波的碰撞阻尼)

考虑对高频场 $\vec{E} = \vec{E}(\vec{x}) \exp(-i\omega t)$ 的线性等离子体响应。将具有电荷态为Z的离子按不动处理，作为密度为 $n_e(\mathbf{x})/Z$ 的电中性背景，这样只需处理电子流体力学。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_e \vec{u}_e\right)_i = \nu_{ei} n_e \vec{u}_e \quad (\text{密度为 } n_e, \text{ 速度为 } u_e \text{ 的电子流体与稳定的离子流体之间相互作用})$$

ν_{ei} : 描述电子被离子散射的碰撞频率，它依赖于电子速度分布函数的平均，平均的形式依赖于所考虑的物理过程，为了导出其表示，需要作细致的处理。

标准形式

$$\nu_{ei} = \frac{4}{3} \frac{(2\pi)^{1/2} Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2} m_e^{1/2}} = 3 \times 10^{-6} \frac{n_e Z}{T_e^{3/2}} \ln \Lambda$$

高斯制

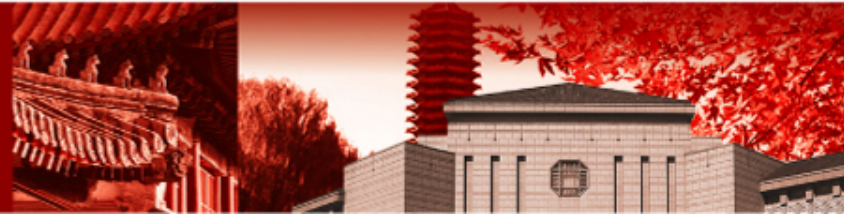
$\ln \Lambda$ 库仑对数

极大碰撞参数(近似等于电子的debye长度)与最小碰撞参数之比

(调研如何得到?)



北京大学



带有碰撞项的流体运动方程

把碰撞项加入Vlasov方程中

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \frac{q}{m} \left(E + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$$

$\sim 1/N_D$

如果不考虑离化和复合，碰撞不改变每种电荷类型的数目，即

$$\int d\vec{v} \sum_k \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c = 0,$$

因此连续性方程不变。

同种类型电荷之间的碰撞不引起动量的净变化，

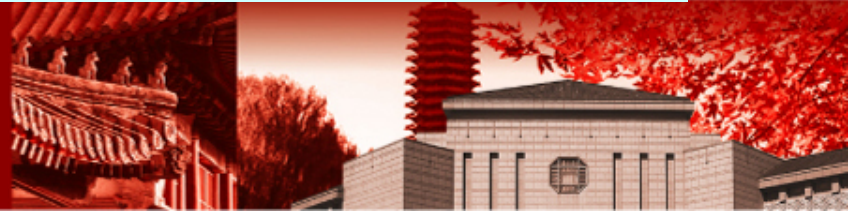
$$\int d\vec{v} \vec{v} \sum_k \left(\frac{\partial f_{jk}}{\partial t} \right)_c = \sum_{k \neq j} \frac{\partial}{\partial t} (n_j \vec{u}_j)_k$$

(由于同k类型电荷碰撞引起的第j类型电荷的动量改变率)

$$n_j \left(\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial \vec{x}} \right) = n_j \frac{q_j}{m_j} \left(\vec{E} + \frac{\vec{u}_j \times \vec{B}}{c} \right) - \frac{1}{m_j} \frac{\partial P_j}{\partial x} - \sum_{k \neq j} \frac{\partial}{\partial t} (n_j \vec{u}_j)_k$$



北京大学



带有碰撞项的流体模型

$$n_j \left(\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial \vec{x}} \right) = n_j \frac{q_j}{m_j} \left(\vec{E} + \frac{\vec{u}_j \times B}{c} \right) - \frac{1}{m_j} \frac{\partial P_j}{\partial \vec{x}} - \sum_{k \neq j} \left(\frac{\partial}{\partial t} n_j \vec{u}_j \right)_k$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} n_e \vec{u}_e \right)_i = \nu_{ei} n_e \vec{u}_e$$

电子流体的线性化运动方程

$$\frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} = -\frac{e}{m} \vec{E} - \nu_{ei} \vec{u}_e$$

$$\therefore \vec{E} = \vec{E} e^{-i\omega t}, \vec{u}_e = \vec{u}_e e^{-i\omega t}$$

$$\vec{u}_e = -\frac{ie\vec{E}}{m_e(\omega + i\nu_{ei})}$$

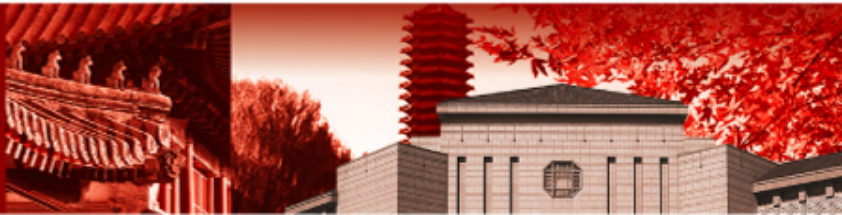
$$\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e},$$

$$\sigma = \frac{i\omega_{pe}^2}{4\pi(\omega + i\nu_{ei})} \quad \text{plasma conductivity}$$

(等离子体传导率, 复数)



北京大学



带有碰撞项的流体模型

由Faraday定律和Ampere定律

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{B},$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E} - \frac{i\omega}{c} \vec{E} = -\frac{i\omega}{c} \varepsilon \vec{E},$$

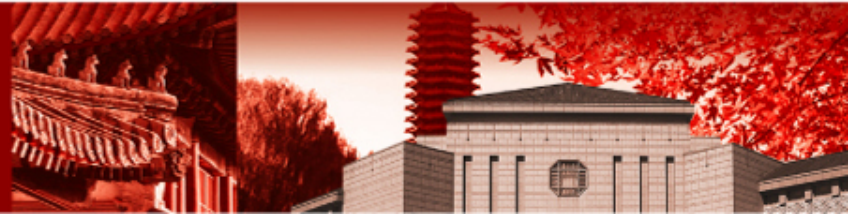
$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\nu_{ei})}$$

dielectric function

等离子体介电函数



北京大学



带有碰撞项的流体模型

电场 \vec{E} 的波动方程 $\nabla^2 \vec{E} - \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \vec{E} = 0$

取 $\vec{E} \sim e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$, 可以得到空间均匀等离子体的色散关系

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{(1 + \frac{iv_{ei}}{\omega})}$$



$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_{pe}^2 (1 - \frac{iv_{ei}}{\omega}), \quad \frac{v_{ei}}{\omega} \ll 1$$

光波是阻尼的, 设
代入色散关系, 得

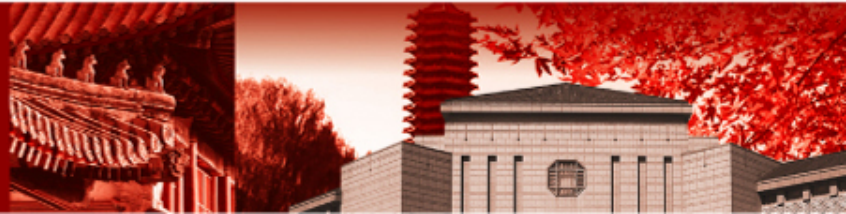
$$\omega = \omega_r - i \frac{\nu}{2}$$

$$\omega_r = (\omega_{pe}^2 + k^2 c^2)^{1/2}$$

$$\nu = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} \nu_{ei}$$



北京大学

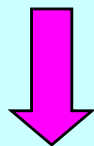


带有碰撞项的流体模型

简单解释： 光波的能量损失律 $\nu E^2/8\pi$ 必须与具有频率为 ν_{ei} 的电子-离子碰撞时的无规电子振荡能量 $\nu_{ei} n_e m_e v_{os}^2/2$ 平衡，这里 $v_{os} = eE/m_e \omega_r$ ，这样

$$\nu \frac{E^2}{8\pi} = \frac{1}{2} m n_e \nu_{os}^2 \nu_{ei} = \frac{\omega_{pe}^2}{8\pi \omega_r^2} \nu_{ei}$$

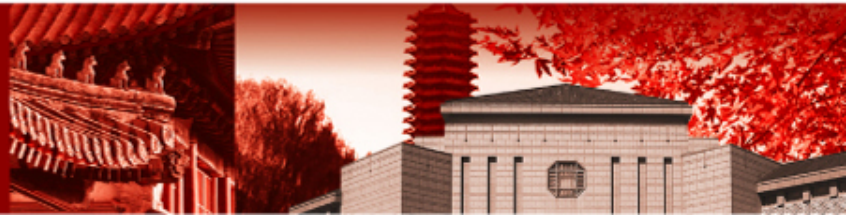
$$\vec{u}_e = -\frac{ie\vec{E}}{m_e(\omega + i\nu_{ei})}$$



$$\nu = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} \nu_{ei}$$



北京大学



带有碰撞项的流体模型

讨论空间问题:

让 ω 是实数, k 可以是一个复数, 可以写成

$$k = k_r + i \frac{k_i}{2}$$

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_{pe}^2 \left(1 - \frac{iv_{ei}}{\omega}\right), \quad \frac{v_{ei}}{\omega} \ll 1$$

并假设 $k_i \ll k_r$, 有

$$k_r = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}$$

$$k_i = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{v_{ei}}{v_g}$$

$$\rightarrow k_i = \frac{\nu}{v_g}, \quad \nu = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \nu_{ei}$$

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k^2,$$

$$v_{ph} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}},$$

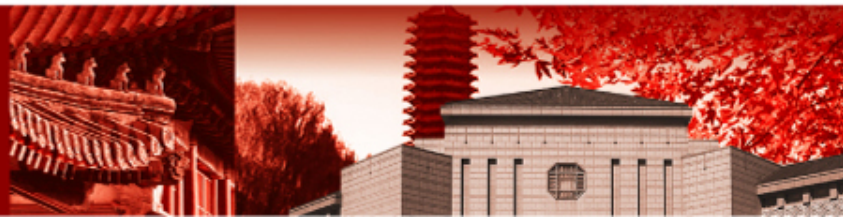
$$v_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}.$$

K_i : 能量在空间的衰减率

K_i^{-1} : 能量阻尼长度或逆轆致吸收长度



北京大学



带有碰撞项的流体模型

随着激光在等离子体中的传播，由于碰撞致使激光强度随空间距离指数衰减，即

$$I \sim I_0 \exp(-k_i z)$$

$$v_{ei} = \frac{4}{3} \frac{(2\pi)^{1/2} Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2} m_e^{1/2}}$$

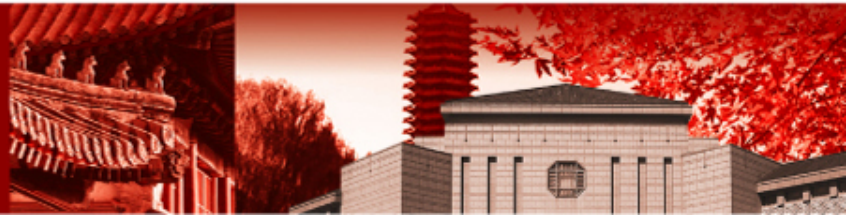
$$k_i = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{v_{ei}}{v_g} = \frac{n}{n_{cr}} \frac{v_{ei}}{c \sqrt{1 - \frac{n}{n_{cr}}}}$$

由此可见它对电子密度、激光波长很敏感，而且电离度越大、温度越低吸收越强。

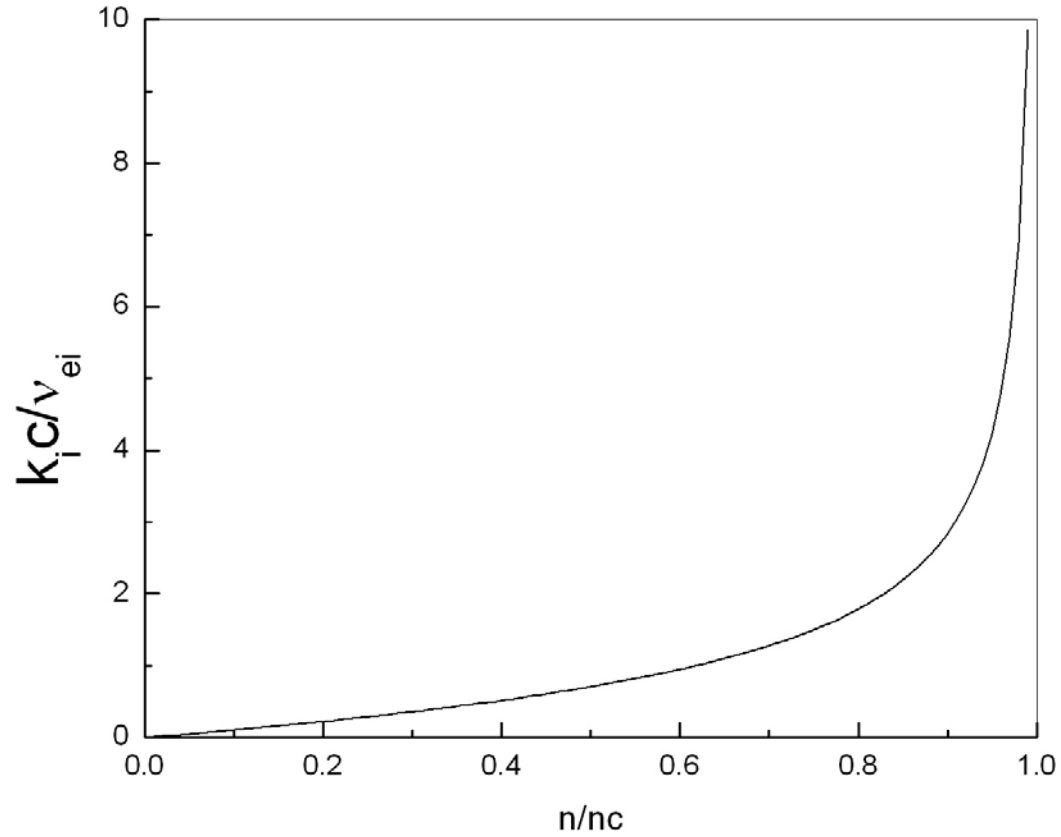
由于因子 $\frac{n}{n_{cr}} / \sqrt{1 - \frac{n}{n_{cr}}}$ 的出现，使逆韧致吸收愈靠近临界面愈强，而且在激光垂直入射时是激光逆韧致吸收的割断点。



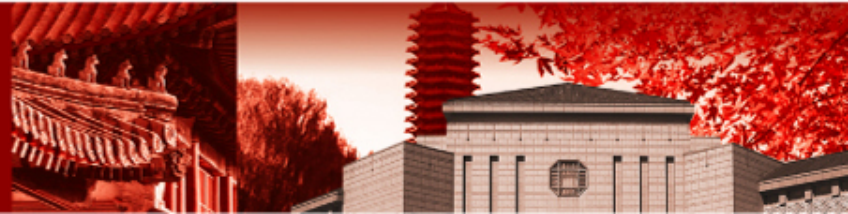
北京大学



带有碰撞项的流体模型



北京大学



激光聚变采用三倍频激光（短波长）

激光聚变需要采用短波长激光，因为临界密度反比于波长的平方。

碰撞吸收的机制是这样的：在激光场中振荡（称为quiver振荡）的电子通过碰撞将从激光场得到的规则运动的动能变为电子的热能，而且这一碰撞需要是和离子的碰撞，因此吸收系数正比于电子—离子碰撞频率。

这一过程是**轫致辐射**（在离子作用下电子的偶极发射光子，电子—电子则不存在这一偶极发射）过程的逆过程。

对2倍频激光

$$k_i = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{v_{ei}}{v_g} = \frac{n}{n_{cr}} \frac{v_{ei}}{c \sqrt{1 - \frac{n}{n_{cr}}}}$$

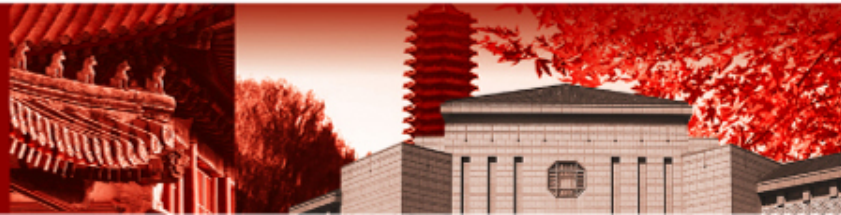
对3倍频激光

$$\omega^{(2\omega)} = 2\omega^{(\omega)}, n_{cr}^{(2\omega)} = 4n_{cr}^{(\omega)}$$

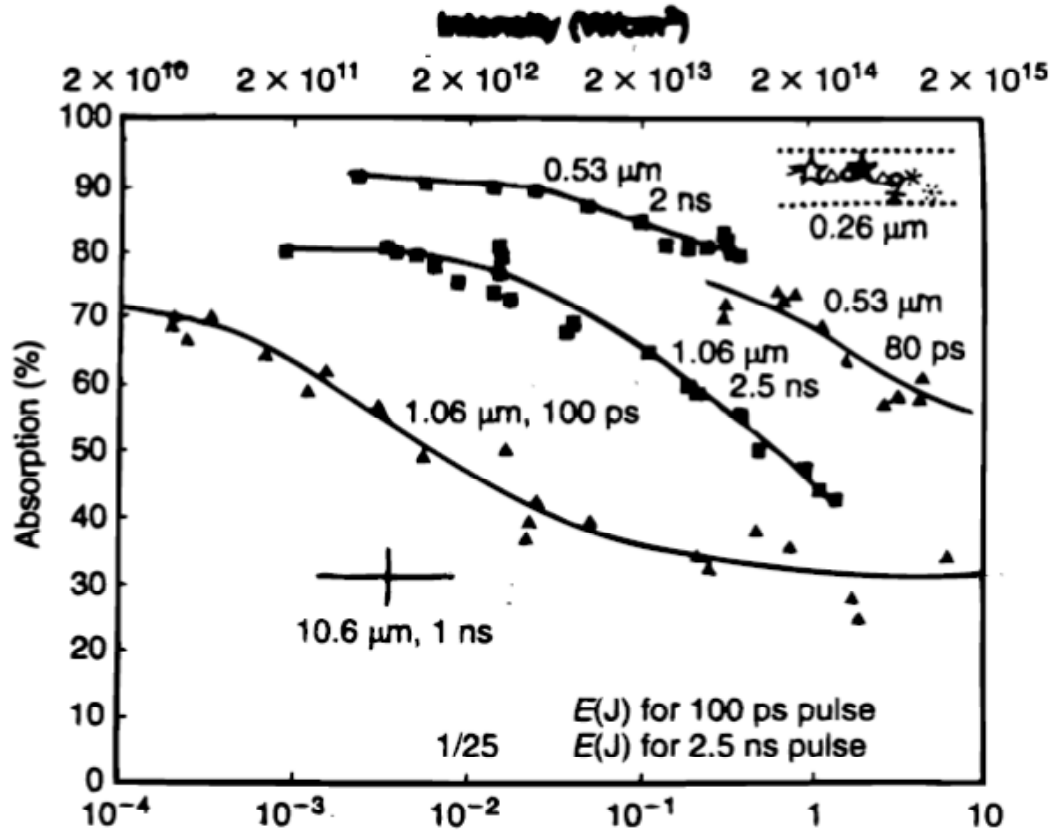
$$\omega^{(2\omega)} = 3\omega^{(\omega)}, n_{cr}^{(3\omega)} = 9n_{cr}^{(\omega)}$$



北京大学



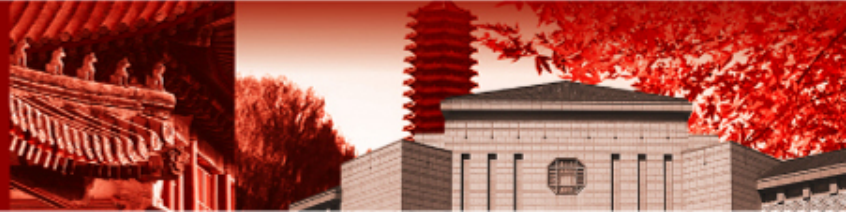
激光聚变采用三倍频激光（短波长）



Currently one adapts $0.35 \mu m$ or $3\omega_0$ for ICF laser driver.



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

严格的考虑碰撞需要从**Fokker-Planck**方程出发，但这非常复杂，我们采用一个包含有效碰撞的**Vlasov**方程和与其自洽的**Maxwell**方程组

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{x}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \vec{E} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right] f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) = -\nu_{ei} (f_\alpha - f_{\alpha 0})$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \vec{v} f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t) d^3 \vec{v}.$$

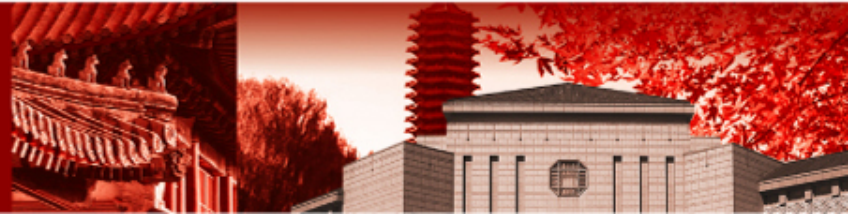
Fourier空间中的波动方程是

$$i\vec{k} \times \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{B},$$

$$i\vec{k} \times \vec{B} = -\frac{i\omega}{c} \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\omega, \vec{k}).$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

消去 \mathbf{B} ,

$$c^2 \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{\mathbf{B}}) = -\omega^2 \vec{\mathbf{E}} - i4\pi\omega \vec{j}(\omega, \vec{k}),$$

$$k^2 c^2 \vec{\mathbf{E}} = \omega^2 \vec{\mathbf{E}} + i4\pi\omega \vec{j}(\omega, \vec{k}),$$

$$\vec{J}(\omega, \vec{k}) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \vec{v} f_{\alpha}(\vec{k}, \vec{v}, \omega) d^3 \vec{v}.$$

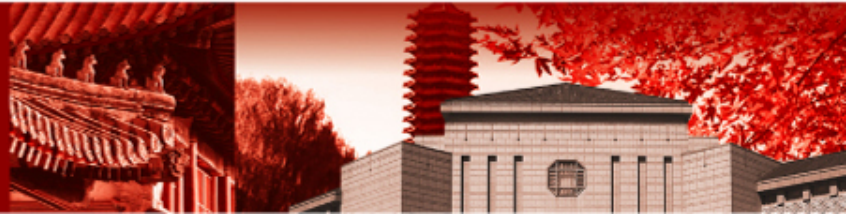
展开

$$f_e = f_0(\vec{v}) + f_1(\vec{x}, \vec{v}, t), \quad f_1 \ll f_0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{x}} + \nu_{ei} \right] f_1 = \frac{e}{m} \vec{\mathbf{E}} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_0(\vec{v})$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

线性化得

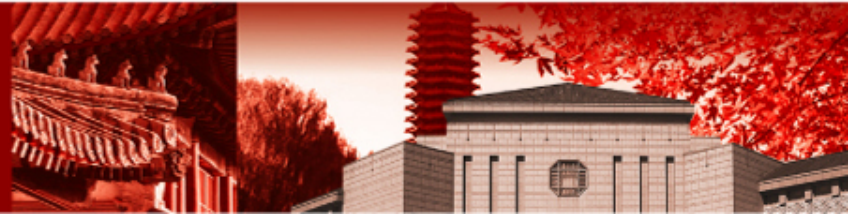
$$f_1 = \frac{\frac{e}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_0(\vec{v})}{-i\omega + i\vec{k} \cdot \vec{v} + \nu_{ei}} = \frac{\frac{e}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_0(\vec{v})}{-i\omega \left(1 - \frac{i\vec{k} \cdot \vec{v}}{\omega} + i\frac{\nu_{ei}}{\omega}\right)}$$
$$\approx -\frac{e}{mi\omega} \vec{E} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_0(\vec{v}) \left(1 + \frac{i\vec{k} \cdot \vec{v}}{\omega} - i\frac{\nu_{ei}}{\omega}\right)$$

设

$$\vec{E} = E\hat{x}, \vec{k} = k\hat{z},$$
$$\vec{j}(\omega, \vec{k}) = \int -e\vec{v} f_1(\vec{k}, \vec{v}, \omega) d^3\vec{v}$$
$$= \int \frac{e^2 \vec{v}}{im\omega} E_x \frac{\partial}{\partial v_x} f_0(\vec{v}) \left(1 + \frac{k_z v_z}{\omega} - i\frac{\nu_{ei}}{\omega}\right) d^3\vec{v}$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

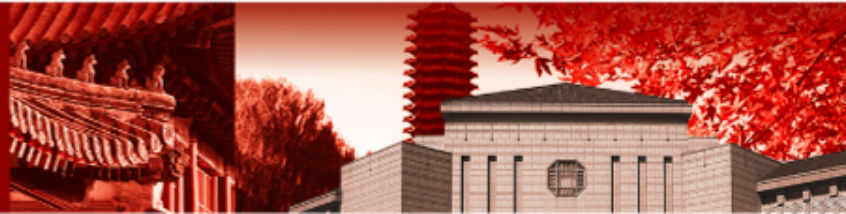
$$f_0(\vec{v}) = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT_e} \right] = n_e F_0(v_x) F_0(v_y) F_0(v_z),$$

$$F_0(v_j) = \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m v_j^2}{2kT_e} \right] \quad j = x, y, z$$

$$\frac{\partial}{\partial v_x} f_0(\vec{v}) = -\frac{m_e v_x}{kT_e} f_0(\vec{v}),$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

$$j_y(\omega, \vec{k}) = 0, j_z(\omega, \vec{k}) = 0,$$

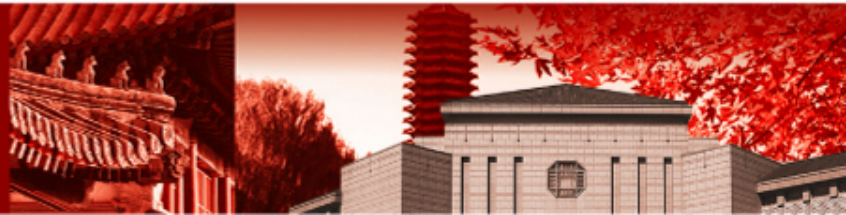
$$\begin{aligned} j_x(\omega, k) &= -\frac{e^2 E_x n_e}{im\omega} \int \frac{m_e v_x^2}{kT_e} F_0(v_x) F_0(v_y) F_0(v_z) \left(1 + \frac{kv_z}{\omega} - i \frac{v_{ei}}{\omega}\right) dv_x dv_y dv_z \\ &= -\frac{e^2 E_x n_e}{im\omega} \int \frac{m_e v_x^2}{kT_e} F_0(v_x) F_0(v_y) F_0(v_z) \left(1 - i \frac{v_{ei}}{\omega}\right) dv_x dv_y dv_z \\ &= -\frac{e^2 E_x n_e (1 - i \frac{v_{ei}}{\omega})}{im\omega} \int \frac{m_e v_x^2}{kT_e} F_0(v_x) F_0(v_y) F_0(v_z) dv_x dv_y dv_z \end{aligned}$$

注意到定积分

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \\ \int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx = \frac{1}{a} \sqrt{\pi}. \end{aligned}$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{m_e v_x^2}{kT_e} F_0(v_x) dv_x = \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m_e v_x^2}{kT_e} e^{-\frac{m_e v_x^2}{kT_e}} dv_x$$
$$= \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{\frac{m_e}{2kT_e}}} = 1,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_0(v_y) dv_y = 1,$$

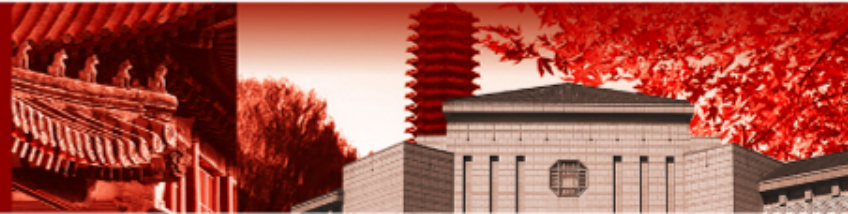
$$\int_{-\infty}^{\infty} F_0(v_z) dv_z = 1.$$



$$j_x(\omega, k_z) = -\frac{e^2 E_x n_e (1 - i \frac{V_{ei}^*}{\omega})}{im\omega}$$



北京大学



带有碰撞项的动理学模型

代入

$$k^2 c^2 \vec{E} = -\omega^2 \vec{E} + i4\pi\omega \vec{j}(\omega, \vec{k}),$$

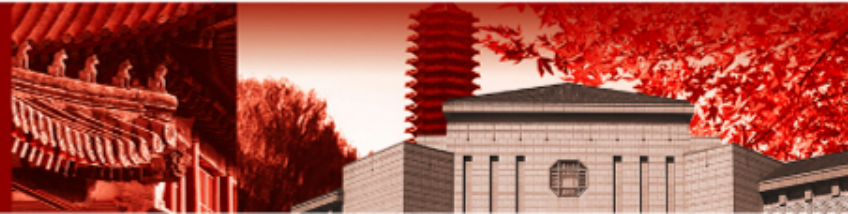
$$k^2 c^2 E_x = \omega^2 E_x - \frac{4\pi e^2 E_x n_e}{m_e} \left(1 - i \frac{v_{ei}^*}{\omega}\right),$$

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2 \left(1 - i \frac{v_{ei}^*}{\omega}\right), k^2 c^2 = \omega^2 - \frac{\omega_{pe}^2}{\left(1 + i \frac{v_{ei}^*}{\omega}\right)},$$

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{\left(1 + i \frac{v_{ei}^*}{\omega}\right)}.$$



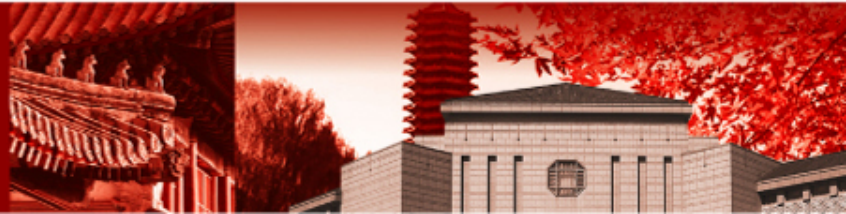
北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)



北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

讨论激光垂直入射在一个电子密度为 $n_e(z)$ 的等离子体平板上的逆韧致吸收，且忽略碰撞频率对密度的依赖。

首先考虑一个平面波在 z 方向得传播，取 $\mathbf{E}=\mathbf{E}x$ ，假设等离子体密度为线性分布，

$$n = n_{cr} \frac{z}{L}, \quad \text{这里 } n_{cr} \text{ 是临界密度}$$

电场的波动方程为

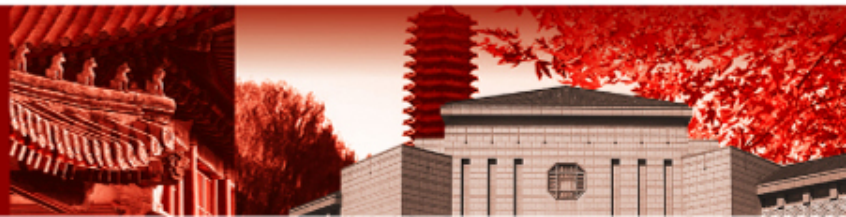
$$\frac{d^2}{dz^2} E + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(z) E = 0,$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{z}{L(1 + i \frac{v_{ei}^*}{\omega})}$$

这里 v_{ei} 近似地用临界密度处的碰撞频率 v_{ei}^* 来代替。



北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

合理性(?): 临界密度处的电子-离子碰撞频率最大, 光波的群速度最小, 绝大部分逆韧致吸收在此发生。

假设: 在 $n \leq n_{cr}$ 区域温度相等,

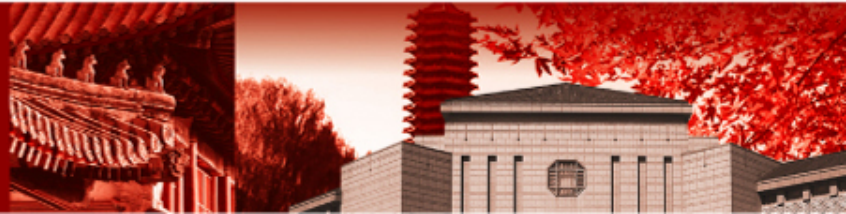
$$\frac{d^2}{dz^2} E + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{z}{L(1 + i \frac{v_{ei}}{\omega})}\right) E = 0,$$

令

$$\xi = \left[\frac{\omega^2}{c^2 L(1 + i \frac{v_{ei}}{\omega})} \right]^{1/3} \left[z - L(1 + i \frac{v_{ei}}{\omega}) \right],$$



北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

仍然可以得到Airy方程
$$\frac{d^2 E}{d\xi^2} - \xi E = 0.$$

和以前一样，满足物理上合理的边界条件的解是

$$E(\xi) = \alpha A_i(\xi).$$

在 $|\xi| \gg 1$, 利用Airy函数的渐近表示式

$$A_i(-\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \xi^{1/4}} \cos\left(\frac{2}{3} \xi^{3/2} - \frac{\pi}{4}\right),$$

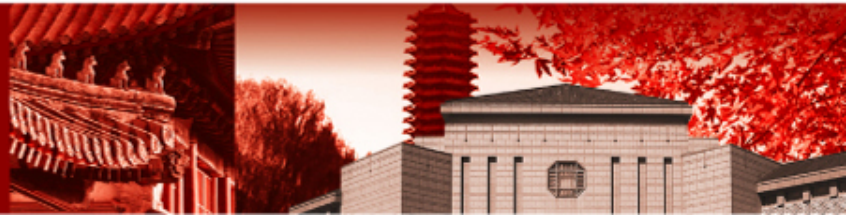
来估计 $E(\xi)$ 。

在临界面 $z=0$ 处， E 可以表示为一个入射波加上一个其振幅乘以 $e^{-i\varphi}$ 的反射波的电场，这里

$$\varphi = \frac{4}{3} [-\xi(z=0)]^{3/2} - \frac{\pi}{2},$$



北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

因为 ξ 是复数，反射波既有阻尼也有相位漂移，在 $z=0$ 处

$$\xi = -\left[\frac{\omega L}{c} \left(1 + i \frac{\nu_{ei}^*}{\omega}\right)\right]^{2/3},$$

对于 $\nu_{ei}^*/\omega \ll 1$ ，相位漂移（ φ 的实部）是和无碰撞情况计算值相同的，即

$$\varphi_{real} = \frac{4\omega L}{3c} - \frac{\pi}{2},$$

而 φ 的虚部是

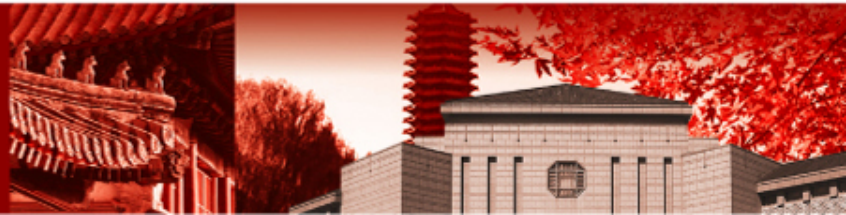
$$\varphi_{iml} = \frac{4\nu_{ei}^* L}{3c},$$

上式表明，反射波的振幅是以 $\exp(-4\nu_{ei}^*/3c)$ 衰减，或者说能量是以 $\exp(-8\nu_{ei}^*/3c)$ 减少，因此由碰撞引起的逆韧致吸收份额是

$$f_A = 1 - \exp\left(-\frac{8\nu_{ei}^* L}{3c}\right),$$



北京大学



IV.2 Collisional damping of a laser wave normally incident on a nonuniform plasma (垂直入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

WKB 理论计算线性密度图的逆韧致吸收

$$E \sim \exp[i \int_0^z k(z') dz'], \text{ 其中 } k(z) = \frac{\omega}{c} [\varepsilon(z)]^{1/2}.$$

波的能量随 $\exp(-2\delta)$ 而减少, 这里

$$\delta = \frac{2\omega}{c} \int_0^L \text{Im}(\varepsilon)^{1/2} dz'.$$

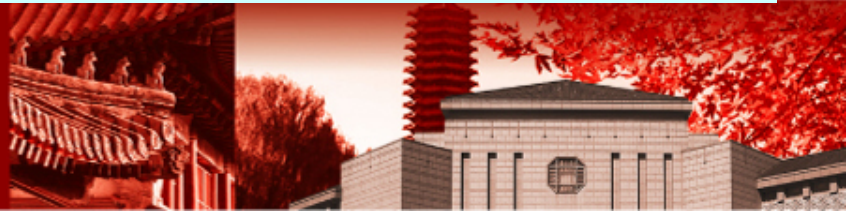
2倍的出现是因为激光传进与反射回来的过程中均发生吸收, 对于 $v_{ei}^*/\omega \ll 1$

$$\delta = \frac{2\omega}{c} \int_0^L \left[1 - \frac{z'}{L(1 + i \frac{v_{ei}^*}{\omega})} \right]^{1/2} dz' = \frac{4v_{ei}^* L}{3c}.$$

因此光波的能量随 $\exp(-8v_{ei}^*/3c)$ 衰减, 可见WKB方法给出和解析解同样的结果。



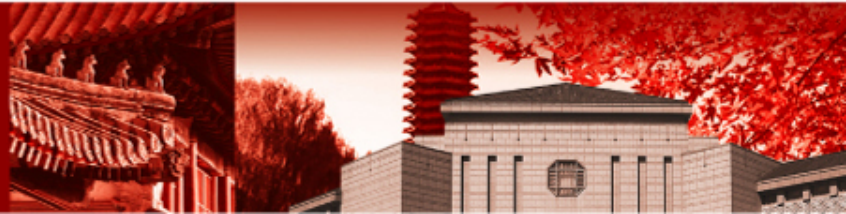
北京大学



IV.3 Collisional damping of a laser wave obliquely incident on a nonuniform plasma (斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)



北京大学



考虑斜入射的S极化光

激光斜入射到电子密度为 $n_e(\mathbf{z})$ 的等离子体平板上，真空等离子体表面在 $\mathbf{z}=0$ 处，入射角： θ ，定义为激光传播矢量与密度梯度方向之间的夹角。

入射面： $\mathbf{y-z}$ 平面

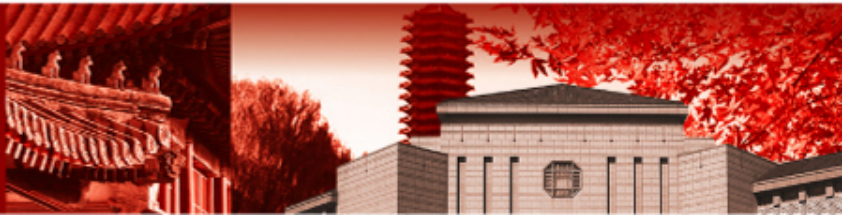
$$k_x = 0, \frac{\partial}{\partial x} = 0,$$

在真空与等离子体界面处，

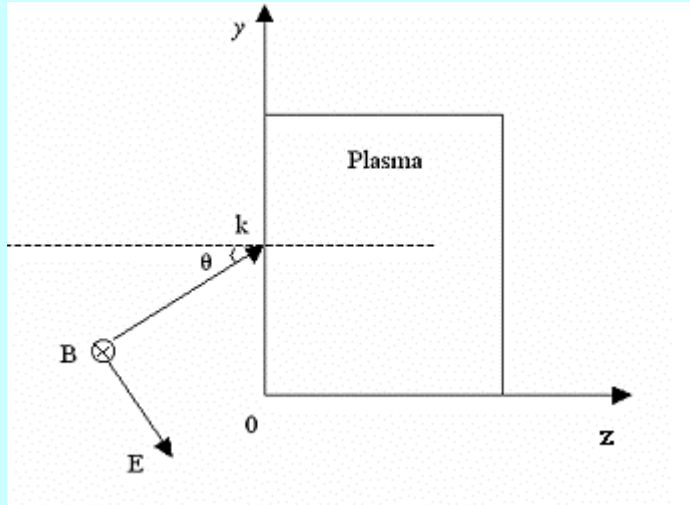
$$k_y = \frac{\omega}{c} \sin \theta, k_z = \frac{\omega}{c} \cos \theta,$$



北京大学



斜入射的S极化光



S偏振

Ex

电场的波动方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} E_x + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(z) E_x = 0,$$

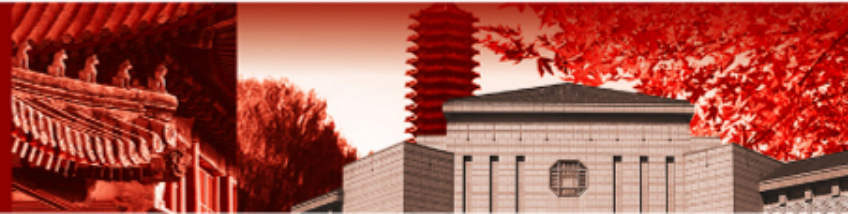
$\varepsilon(z)$ 只是 z 的函数， k_y 必定是守恒的，

$$k_y = \omega \sin \theta / c,$$

$$E_x = E(z) \exp\left(\frac{i\omega y \sin \theta}{c}\right),$$



北京大学



斜入射的S极化光

这样

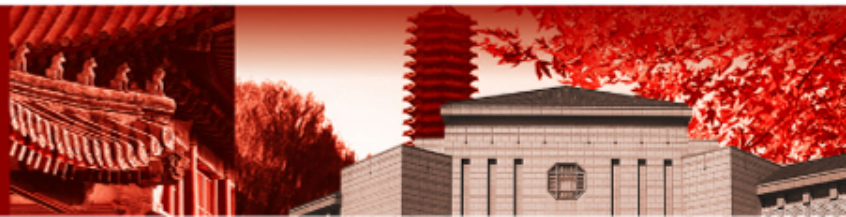
$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} [\varepsilon(z) - \sin^2 \theta] E(z) = 0,$$

显然, 当 $\varepsilon(z) = \sin^2 \theta$ 光波发生反射, 因为 $\varepsilon(z) = 1 - \omega_{pe}^2(z) / \omega^2$, 所以在等离子体频率 $\omega_{pe} = \omega \cos \theta$ 时发生反射。

斜入射激光在比临界密度低的地方反射, 在 $n_e = n_c \cos^2 \theta$ 反射。

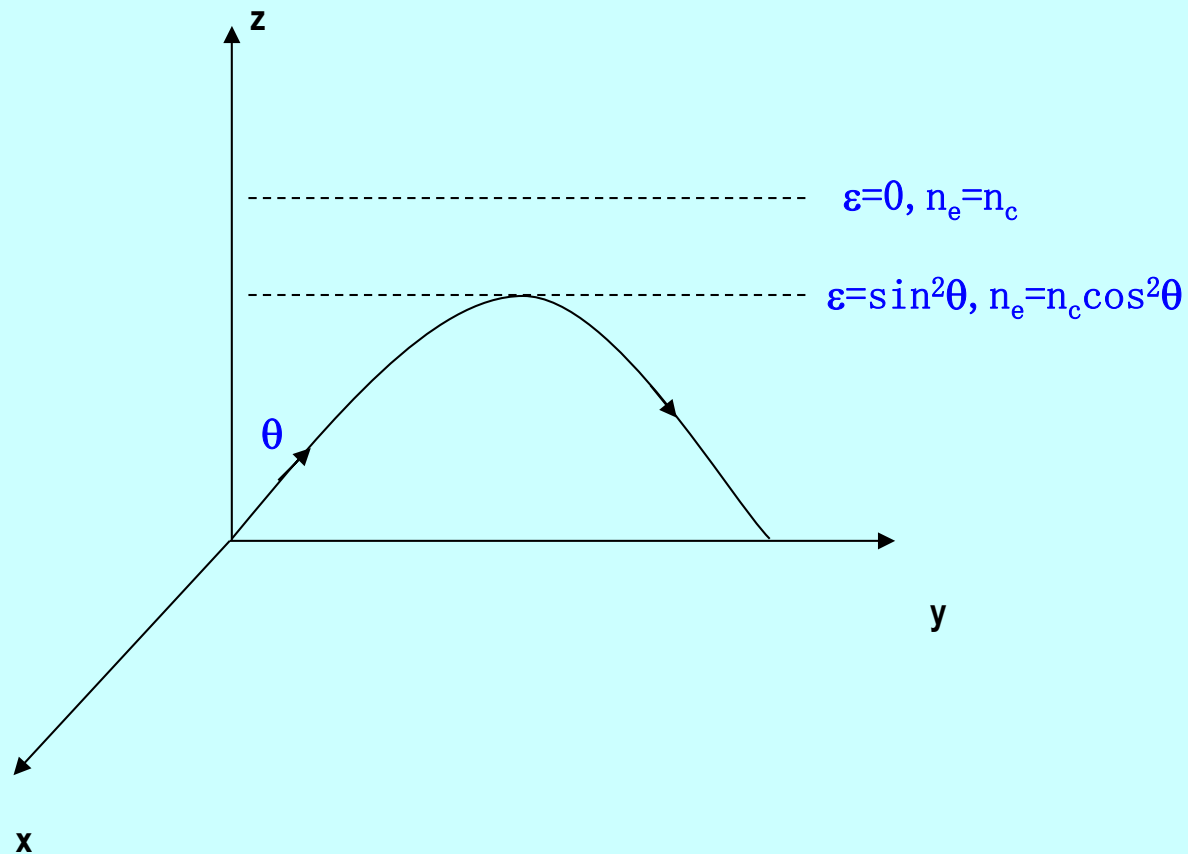


北京大学

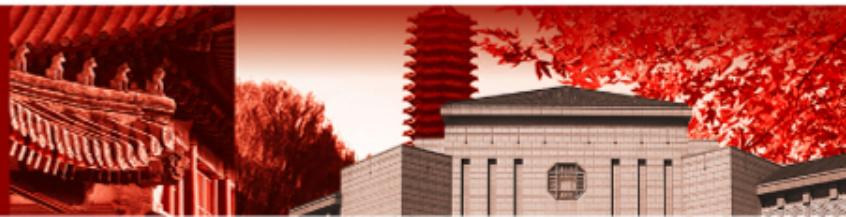


斜入射的S极化光

对于斜入射，激光在 $n_e=n_c\cos^2\theta$ 反射，不能传至临界面。



北京大学



IV.3 Collisional damping of a laser wave obliquely incident on a nonuniform plasma (斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

用WKB理论近似计算:

S极化

局域的色散关系

$$\frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} = \varepsilon(z) - \sin^2 \theta$$

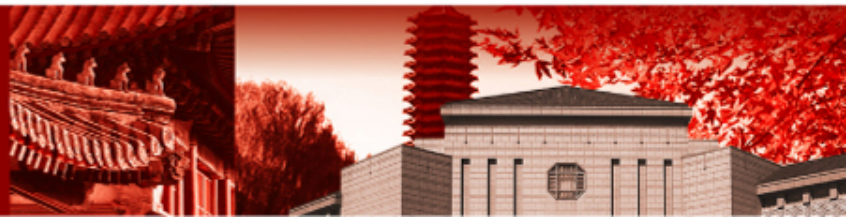
$$\because \varepsilon(z) = 1 - \frac{z}{L(1 + i \frac{v_{ei}}{\omega})}, \quad \therefore k_z = \frac{\omega}{c} \left[\cos^2 \theta - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i v_{ei}^*)} \right]^{1/2}.$$

略去由 $\ln \Lambda$ 引入的碰撞频率 v_{ei} 对密度的弱依赖, 近似地

$$v_{ei} = v_{ei}^* \frac{n_e}{n_{cr}},$$



北京大学



IV.3 Collisional damping of a laser wave obliquely incident on a nonuniform plasma (斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

WKB近似中，波的能量随 $\exp(-2\delta)$ 而减少，

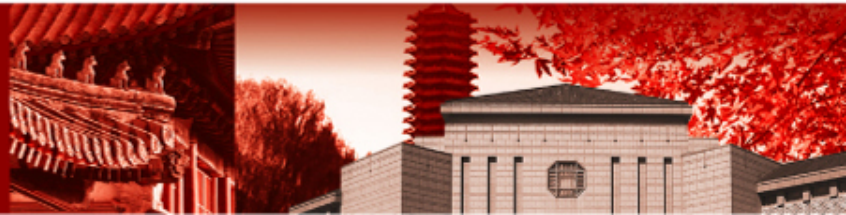
$$\delta = 2 \int_0^{Lt} k_z(z') dz'.$$

Lt 是真空至反转点的等离子体长度，假设是线性密度分布

$$\delta = \frac{2\omega}{c} \int_0^{L \cos^2 \theta} \left[\cos^2 \theta - \frac{z'}{L} \left(1 - i \frac{\nu_{ei}^* z'}{\omega L} \right) \right]^{1/2} dz' = \frac{16\nu_{ei}^* L}{15c} \cos^5 \theta.$$

斜入射结果在线性密度分布等离子体中的逆轫致吸收系数是

$$f_A = 1 - \exp\left(-\frac{32\nu_{ei}^* L}{15c} \cos^5 \theta\right).$$



IV.3 Collisional damping of a laser wave obliquely incident on a nonuniform plasma (斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

讨论:

1. 垂直入射:

$$f_A = 1 - \exp\left(-\frac{8\nu_{ei}^* L}{3c}\right), \quad \longrightarrow \quad f_A = 1 - \exp\left(-\frac{32\nu_{ei}^* L}{15c} \cos^5 \theta\right).$$

考虑频率的密度依赖后, 指数项的系数为不考虑密度依赖的**80%**。

考虑密度依赖后, 吸收系数减少。

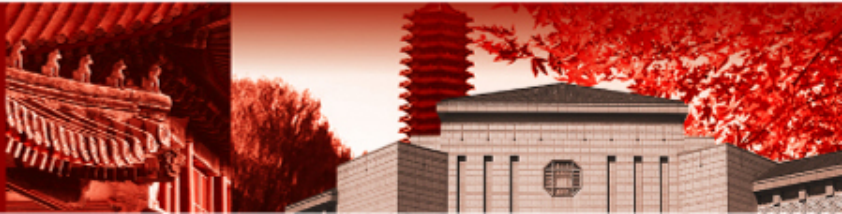
2. 角度

斜入射时, 入射角越大, 激光反转点 ($n_e \cos^2 \theta$) 的密度越低, 等离子体发生碰撞的尺度越短, 所以吸收系数愈小。

$$n_e = n_{cr} \exp(-z/L) \Rightarrow f_A = 1 - \exp\left(-\frac{8\nu_{ei}^* L}{3} \cos^3 \theta\right).$$



北京大学



IV.3 Collisional damping of a laser wave obliquely incident on a nonuniform plasma (斜入射光波在非均匀等离子体中的碰撞阻尼)

逆韧致吸收:

- 随温度（功率密度）升高而减少，
- 随激光波长减小而增加，
- 随入射角增大而减小。
(50° 以下吸收系数基本不变)

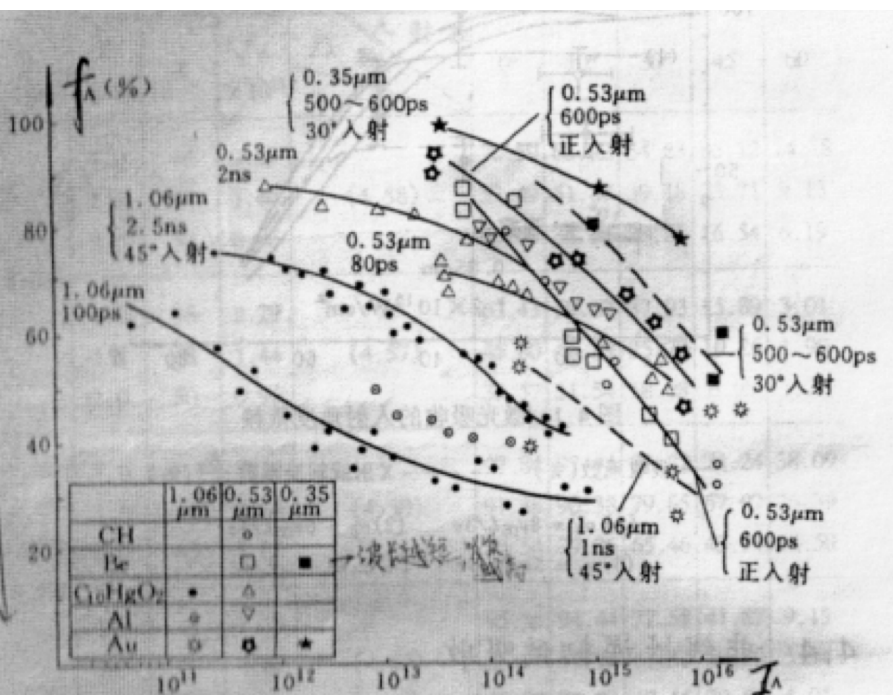


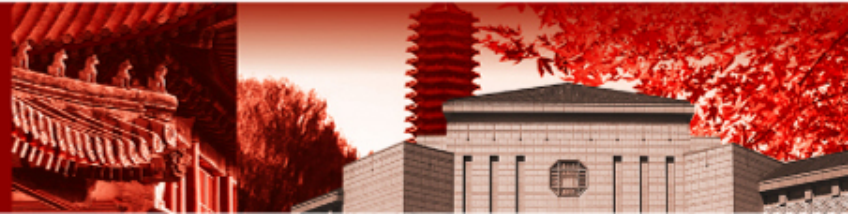
表 4.1 逆韧致吸收随入射角(θ)、激光波长(λ_L)、电子温度(T_e)等的变化

λ_L (μm)	T_e (keV)	Z	γ_{ca} $\times 10^{13}$	f_A 公式	入射角				
					0°	10°	30°	45°	60°
1.054	1.0	46	2.29	(4.58)	70.59	68.92	54.83	35.12	14.18
					53.49	51.87	39.18	23.71	9.13
					40.03	38.64	28.26	16.54	6.19
	1.5	48	1.44	(4.57)	62.43	59.62	37.93	15.89	3.01
					45.80	43.29	25.79	10.26	1.90
					33.57	31.54	18.08	6.98	1.27
0.524	1.0	4.1	7.19	(4.58)	97.84	97.44	91.72	74.24	38.09
					91.38	90.38	79.65	57.97	26.39
					80.54	79.06	65.46	43.94	18.50
	1.5	43	4.60	(4.57)	95.35	94.44	77.58	41.87	9.15
					85.93	83.74	61.53	29.30	5.94
					73.00	70.27	47.16	20.66	4.01
0.351	1.0	36	14.9	(4.58)	99.96	99.94	99.42	93.94	62.88
					99.40	99.25	96.41	83.66	47.30
					96.49	95.92	88.65	69.41	34.22
	1.5	38	9.61	(4.57)	99.82	99.72	95.45	67.41	17.98
					98.34	97.76	86.42	51.55	12.02
					93.15	91.65	72.90	37.73	8.03

IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)



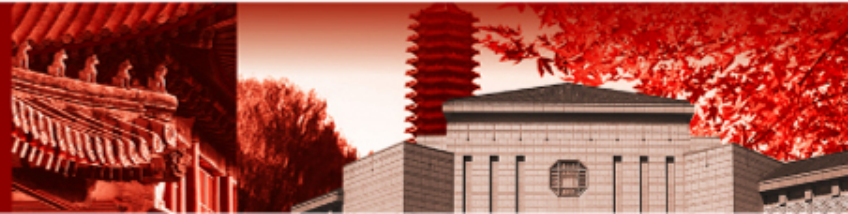
北京大学



IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

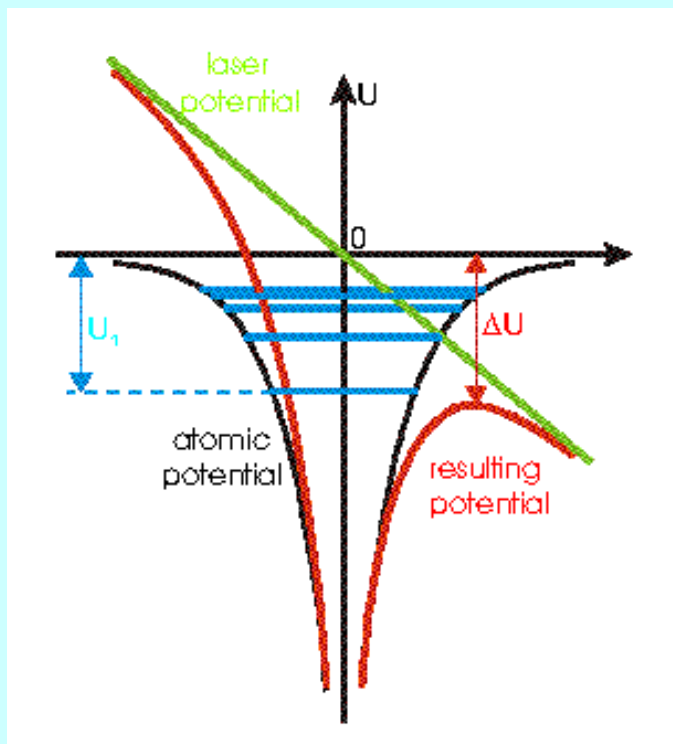
- 在前面的讨论讨论中，我们假设电子的速度分布是 **Maxwell** 分布，即它是由电子温度决定的。在辐射场不显著破坏电子速度分布的基础上计算了逆韧致吸收系数，这实际上是线性逆韧致吸收。
- 当激光强度足够高时，电子的振荡速度会超过电子的热速度，这时的电子速度分布就会和激光电场有关，变成 **非线性** 逆韧致吸收。

$$v_{os} = \frac{eE_L}{m_e \omega} = 25.6 \lambda_L (\mu m) \cdot [I_L (W / cm^2)]^{1/2} > v_{te}$$

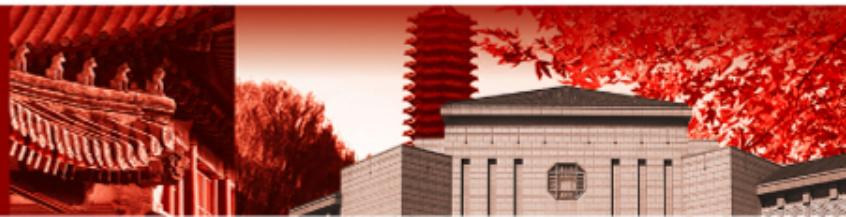


IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

当激光强度很高时，其电场能够和原子中的沿着产生的电场相比时，还会发生多光子过程。



北京大学



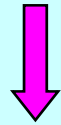
IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

对于高强度激光，有两种非线性效应可能**减少**逆韧致吸收系数。

- 对于高强度激光，需要考虑电子在相干电场中的相干振荡，电子-离子碰撞频率需要修正，电子不再具有典型的**Maxwell**分布，其均方速度修正为

$$(v_e^2)_{eff} = v_e^2 + \left(\frac{eE_L}{m\omega_L}\right)^2$$

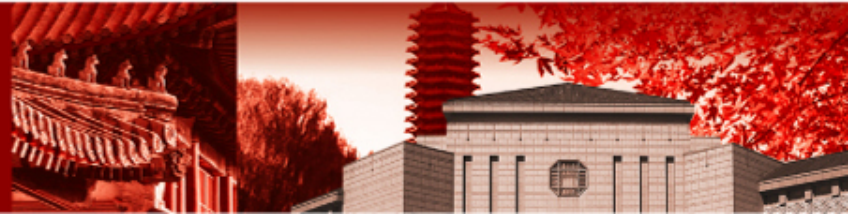
$$k_i \propto T_e^{-3/2} \propto [(v_e^2)_{eff}]^{-3/2} \approx \frac{(v_e^2)^{-3/2}}{1 + \frac{3}{2} \left(\frac{eE_L}{m\omega_L v_e}\right)^2}$$



$$\frac{k_i}{1 + \frac{3}{2} \left(\frac{eE_L}{m\omega_L v_e}\right)^2}$$

$$k_i = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{v_{ei}}{v_g} = \frac{n}{n_{cr}} \frac{v_{ei}}{c \sqrt{1 - \frac{n}{n_{cr}}}}$$

$$v_{ei} = \frac{4}{3} \frac{(2\pi)^{1/2} Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2} m_e^{1/2}}$$



IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

当 $v_{os} = \frac{eE_L}{m_e \omega} = 25.6 \lambda_L (\mu m) \cdot [I_L (W / cm^2)]^{1/2} \gg v_{te}$ 时

用 $m_e v_{os}^2 = \frac{e^2 E_L^2}{m_e \omega^2} \rightarrow m_e v_{te}^2$

非线性吸收逆韧致吸收系数

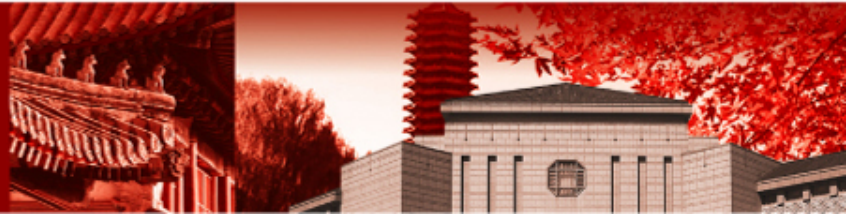
$$f'_a = \frac{32 n_e n_i Z^2 e^3 \omega}{3 E^3 \mu c} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{\pi^2}{\sqrt{3}} g_E \quad \mu \text{ 折射指数}$$

临界密度附近最大吸收系数:

$$f'_{am} = \frac{m_e^2 Z \omega^5}{3 e E^3 \mu c} \left(\frac{2\pi}{3}\right)^{1/2} g_E$$



北京大学



IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

➤ 电子分布函数中出现低能下陷

$$\nu_{ei} = \frac{4}{3} \frac{(2\pi)^{1/2} Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2} m_e^{1/2}}$$

电子吸收激光能量的速率 $\propto \nu_{ei} (eE_L / m\omega)^2$

电子能量达到平衡的速率 $\propto \nu_{ee} v_e^2 (\nu_{ee} \approx \nu_{ei} / Z)$

• 电子能量增加的速率比电子能量平衡的速率要快，即

$$Q = Z(\nu_{os}^2 / \nu_{te}^2) = Z \left(\frac{eE_L}{m\omega v_e} \right)^2 > 1 = 3.6 \times 10^{-2} Z I_L \lambda_L^2$$

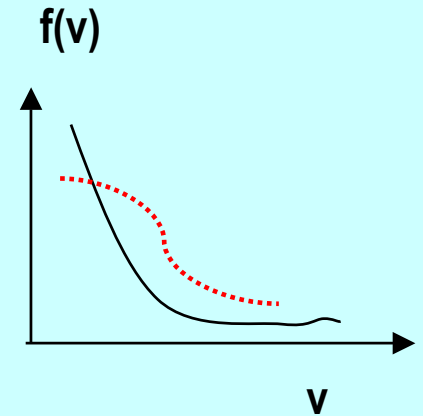
• 从动理论的观点看，在波场中的振荡电子由于逆韧致吸收而被强烈扰动，从而出现**低能电子的减少**。

• 在这种电子分布下的逆韧致吸收就可能被减小，从定量的角度看，减小约为百分之几。

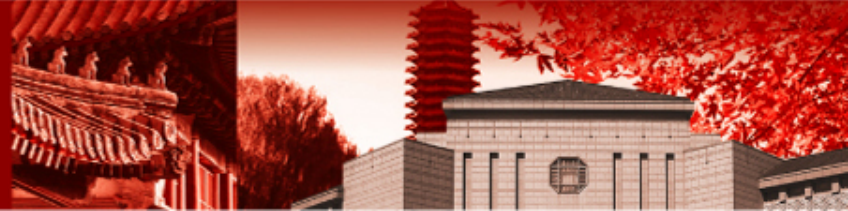
Q > 10 非线性逆韧致吸收减少到一半；

Q < 0.1 非线性逆韧致吸收可以忽略

0.1 < Q < 10 非线性修正因子从1到0.5

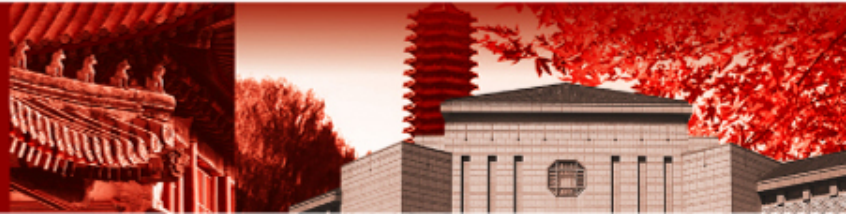


北京大学



IV.4 Nonlinear Inverse Bremsstrahlung absorption (非线性逆韧致吸收)

- 逆韧致吸收是由于电子—离子碰撞引起的。
- 对于低电子温度、高密度、高 Z 和长线度的等离子体，逆韧致吸收最强。
- 它对于临界密度附近密度梯度的细节是敏感的。
- 对于高 Z 靶，高强度，由于非线性效应，可使逆韧致吸收低于它通常的线性值。
- 集体效应也可减少逆韧致吸收。(两体到多体)



谢谢!



北京大学